Algebra abstrakcyjna 1

KARTA KURSU

Nazwa	Algebra abstrakcyjna 1
Nazwa w j. ang.	Abstract Algebra 1

Koordynator	Tomasz Szemberg	Zespół dydaktyczny
		Katedra Geometrii i Algebry
Punktacja ECTS*	5	

Opis kursu (cele kształcenia)

Kurs stanowi wprowadzenie do podstawowych struktur algebraicznych: grup i pierścieni. Wychodząc od zagadnień znanych ze szkoły oraz wcześniejszych kursów (np. algebry liniowej), porządkuje i rozwija aparat pojęciowy algebry, ilustrując go prostymi i typowymi zastosowaniami, m.in. w teorii liczb.

Warunki wstępne

Wiedza	Znajomość podstaw algebry szkolnej (działania na liczbach całkowitych i wymiernych, równania algebraiczne), elementów teorii zbiorów oraz materiału z kursu algebry liniowej (w szczególności pojęcia grupy abelowej, permutacji, przestrzeni wektorowej i działań liniowych).
Umiejętności	posługiwanie się symboliką matematyczną i zapisem formalnym (m.in. zbiorami, funkcjami, relacjami, kwantyfikatorami), rozumienie i konstruowanie prostych dowodów matematycznych (zwłaszcza indukcyjnych i dedukcyjnych), sprawne wykonywanie działań na liczbach całkowitych, wymiernych i rzeczywistych, znajomość podstawowych własności permutacji i działań liniowych (np. z algebry liniowej), rozumienie struktury przestrzeni wektorowej i pojęcia grupy abelowej.
Kursy	Wstęp do logiki i teorii mnogości, Algebra liniowa 1, 2.

Efekty uczenia się

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Wiedza	W01 w zaawansowanym stopniu zna podstawowe twierdzenia z głównych działów matematyki i rozumie budowę teorii matematycznych	K_W01
	W02 rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, a także pojęcie istotności założeń twierdzenia	K_W02
	W03 zna przykłady ilustrujące konkretne pojęcia matematyczne, jak i rozumowania pozwalające obalić błędne hipotezy	K_W03
	W04 zna i rozumie pojęcie relacji, w tym pojęcia relacji równoważności i relacji porządkujących oraz ich zastosowania, zna pojęcie funkcji jako relacji i podstawowe własności funkcji, w tym własności obrazu i przeciwobrazu zbioru poprzez funkcję	K_W06
	W05 zna własności algebraiczne i porządkowe w zbiorze liczb rzeczywistych, zna definicje kresów zbioru oraz aksjomat ciągłości i podstawowe jego konsekwencje	K_W07
	W06 zna i rozumie definicje i podstawowe własności grup, pierścieni i ciał oraz zna przykłady ilustrujące konkretne pojęcia z tego zakresu, zna pojęcia podgrupy normalnej i ideału pierścienia, zna konstrukcje grupy ilorazowej i pierścienia ilorazowego oraz ich własności	K_W21
	W07 zna pojęcia homomorfizmu struktur algebraicznych (grup, pierścieni), jądra i obrazu homomorfizmu, rozumie znaczenie izomorfizmów	K_W22

Umiejętności	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
	U01 potrafi posługiwać się językiem i twierdzeniami z głównych działów matematyki	K_U01
	U02 umie prowadzić dowody metodą indukcji matematycznej, potrafi definiować rekurencyjnie funkcje i relacje, potrafi definiować obiekty matematyczne drogą konstruowania struktur ilorazowych lub produktów kartezjańskich	K_U03
	U03 rozróżnia rodzaje nieskończoności i typy porządków w zbiorach, umie operować pojęciem liczby rzeczywistej; zna przykłady liczb niewymiernych i przestępnych	K_U04
	U04 dostrzega obecność struktur algebraicznych (grupy, pierścienia, ciała, przestrzeni liniowej) w różnych zagadnieniach matematycznych, potrafi posługiwać się pojęciami homomorfizmu, izomorfizmu i automorfizmu struktur algebraicznych	K_U15

Kompetencje społeczne	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
	K01 zna ograniczenia własnej wiedzy i rozumie znaczenie wiedzy w rozwiązywaniu problemów teoretycznych i praktycznych	K_K01
	K02 potrafi formułować pytania, służące pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania	K_K02

Organizacja							
Forma zajęć	Wykład (W)	Ćwiczenia w grupach					
		A	K	L	S	P	E
Liczba godzin	15	0	25	0	0	0	0

Opis metod prowadzenia zajęć

Kurs składa się z wykładu oraz towarzyszących mu ćwiczeń. Wykład ma charakter teoretyczny – prezentowane są definicje, twierdzenia i ich dowody, a także przykłady ilustrujące omawiane pojęcia. W ramach ćwiczeń studenci samodzielnie rozwiązują zadania rachunkowe i dowodowe, pogłębiając rozumienie materiału oraz rozwijając umiejętność samodzielnej pracy z pojęciami abstrakcyjnymi. Zajęcia sprzyjają aktywnemu uczestnictwu – przewidziana jest dyskusja nad rozwiązaniami i analizowanie trudności napotkanych w zadaniach.

Formy sprawdzania efektów uczenia się

	E – learning	Gry dydaktyczne	Ćwiczenia w szkole	Zajęcia terenowe	Praca laboratoryjna	Projekt indywidualny	Projekt grupowy	Udział w dyskusji	Referat	Praca pisemna (esej)	Egzamin ustny**	Egzamin pisemny**	Inne
W01								X					X
W02								X					X
W03								X					X
W04								X					X
W05								X					X
W06								X					X
W07								X					X
U01								X					X
U02								X					X
U03								X					X
U04								X					X
K01								X					X
K02								X					X

** formy sprawdzania zostaną wybrane na początku semestru przez koordynatora i zespół dydaktyczny

Kryteria oceny	Ocena końcowa opiera się na ewaluacji bieżącej aktywności i ocen z ćwiczeń (rozwiązywanie zadań, krótkie prace pisemne lub testy/quizy online, praca domowa, udział w dyskusji).

Uwagi	

Treści merytoryczne (wykaz tematów)

1. Wprowadzenie do algebry abstrakcyjnej: pojęcie struktury algebraicznej, motywacje historyczne
2. Grupy: definicje, przykłady, grupy cykliczne, podgrupy, rząd elementu
3. Homomorfizmy grup: jądro i obraz, izomorfizmy, twierdzenie Cayleya
4. Warstwy, podgrupy normalne, grupy ilorazowe
5. Twierdzenia izomorficzne dla grup
6. Pierścienie: definicja, pierścienie przemienne i całkowite, elementy odwracalne i dzielniki zera
7. Podpierścienie i ideały: ideały główne, iloczyny i sumy ideałów
8. Pierścienie ilorazowe i homomorfizmy pierścieni
9. Pierścienie wielomianów jednej zmiennej: stopień, dzielenie z resztą, pierścienie całkowite
10. Pierścienie euklidesowe i ideałów głównych

11. Rozkład na czynniki pierwsze, pierścienie faktorialne
12. Algorytm Euklidesa, największy wspólny dzielnik, NWW
13. Ciała ułamków i lokalizacja
14. Kryteria nierozkładalności wielomianów (Gauss, Eisenstein)
15. Zastosowania algebry do teorii liczb (np. podwajanie sześcianu, chińskie twierdzenie o resztach – w miarę dostępnego czasu)

Wykaz literatury podstawowej

T. Szemberg, Algebra Abstrakcyjna I, szkic skryptu, rok akademicki 2024/25.

J. Rutkowski, Algebra abstrakcyjna w zadaniach, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2004.

K. Janusz, Algebra. Teoria i zastosowania, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2012.

Wykaz literatury uzupełniającej

J. Paul Garrett, Abstract Algebra (wersja PDF) – dobry materiał wprowadzający z przykładowymi dowodami, dostępny online

Bilans godzinowy zgodny z CNPS (Całkowity Nakład Pracy Studenta)

liczba godzin w kontakcie z prowadzącymi	Wykład	15
	Konwersatorium (ćwiczenia, laboratorium itd.)	25
	Pozostałe godziny kontaktu studenta z prowadzącym	1
liczba godzin pracy studenta bez kontaktu z prowadzącymi	Lektura w ramach przygotowania do zajęć	50
	Przygotowanie krótkiej pracy pisemnej lub referatu po zapoznaniu się z niezbędną literaturą przedmiotu	0
	Przygotowanie projektu lub prezentacji na podany temat (praca w grupie)	0
	Przygotowanie do egzaminu/zaliczenia	34
Ogółem bilans czasu pracy		125
Liczba punktów ECTS w zależności od przyjętego przelicznika		5